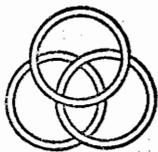


UNTERSUCHUNGSBERICHT

75/68

Studie über ein wärme- und strömungstechnisches
Berechnungsverfahren für eine Wärmeaustauscher-
Einheit für den Stirling-Heißgasmaschinen-Prozess



FRIED. KRUPP GMBH

ZENTRALINSTITUT FÜR FORSCHUNG UND ENTWICKLUNG

8. Jan. 1969

90

Abt.: Wärme- und Strömungstechnik

Prof@DieterHannemann.de

Essen, den 13.12.1968

UNTERSUCHUNGSBERICHT NR. 75/68

Involviert als freier Mitarbeiter beim ERNO

Aufgabenstellung: Zuständig für den Isotopenteil Dieter Hannemann.

Die Realisierung des Stirling-Prozesses setzt bei der Verwendung von Hub- und Rotationskolbenmaschinen die Verbindung zweier korrespondierender Hubräume durch eine Wärmeaustauscher-Einheit voraus, für die in dieser Studie ein strömungs- und wärmetechnisches Berechnungsverfahren entwickelt wird.

Zusammenfassung:

Die Wärmeaustauscher-Einheit besteht aus Erhitzer, Regenerator und Kühler und wird vom Arbeitsmedium des Stirling-Prozesses in wechselnder Richtung durchströmt. Bedingt durch die harmonische Kolbenbewegung der Hub- bzw. Rotationskolbenmaschine liegt in der WT-Einheit eine reversierbare Pulsationsströmung vor.

Es wird untersucht, welche dimensionslosen Größen zur Beschreibung der Strömungs- und Wärmeübergangsverhältnisse bei reversierbarer Pulsationsströmung herangezogen werden müssen.

Für die wärme- und strömungstechn. Approximationsrechnung werden analytische Beziehungen verwendet, die streng nur für stationäre Strömung des Arbeitsmediums gültig sind. Die Berechtigung für dieses Vorgehen wird erläutert, und die dadurch verursachten Fehler werden abgeschätzt und diskutiert. Die Anwendbarkeit der Approximationsrechnung wird für eine Modellwärmeaustauscher-Einheit bei vorgegebenen thermodynamischen Daten des Stirling-Prozesses demonstriert.

Für den Erhitzer und den Kühler kann eine allg. Lösung für den Temperaturverlauf im Arbeitsmedium angegeben werden, während die Temperaturfunktion des Regenerators nur auf das angeführte Beispiel anwendbar ist.

Die Übertragung dieses Berechnungsverfahrens auf WT-Einheiten anderer thermodynamischer Prozesse ist grundsätzlich möglich.

Bearbeiter: J. Hapke

Verteiler:

Herrn Dr. Gres

Herrn Prof. Huber

Herrn Dr. Hohenhinnebusch

Herrn Dr. Fezer

IMH München (2x)

ERNO (2x) ✓

StA Produktion

StA Verkaufsförderung

FA Patente

ZFE Wärme-u.Strömungst. (2x)

Mitglieder des Beirats

Zahl der Exemplare:

35

Reg.-Nr.

--	--	--	--	--	--	--	--

Gliederung:

- 1 Prozeßbedingte Strömungs- und Wärmetransportverhältnisse in der Wärmeaustauscher-Einheit
 - 1.1 Thermodynamik des Stirling-Prozesses
 - 1.2 Anordnung und Aufbau der Wärmeaustauscher-Einheit
 - 1.3 Die Strömungsformen und der Wärmetransport in der Wärmeaustauscher-Einheit
- 2 Strömungs- und wärmetechnische Approximationsrechnung für die Wärmeaustauscher-Einheit
 - 2.1 Der Erhitzer
 - 2.2 Der Regenerator
 - 2.3 Der Kühler
- 3 Numerische Berechnung einer Modell-Wärmeaustauscher-Einheit
- 4 Temperaturfunktionen der Modell-Wärmeaustauscher-Einheit
 - 4.1 Temperaturfunktion für den Erhitzer
 - 4.2 Temperaturfunktion für den Regenerator
- 5 Anwendbarkeit der Approximationsrechnung auf andere thermodynamische Prozesse
- 6 Formelzeichen und Begriffe
- 7 Literatur
- 8 Anhang: Tabellen und Diagramme

1 Prozeßbedingte Strömungs- und Wärmetransportverhältnisse in der Wärmeaustauscher-Einheit

1.1 Thermodynamik des Stirling-Prozesses

Die Zustandsänderungen des Arbeitsmediums beim Stirling-Prozeß bestehen aus zwei Isochoren und zwei Isothermen.

Die beim Durchlaufen des reversiblen Kreisprozesses gewonnene Arbeit ist nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik die Differenz zwischen der isothermen Expansionsarbeit bei der absoluten Temperatur T_e und der isothermen Kompressionsarbeit bei der absoluten Temperatur T_k ($T_e > T_k$).

Der thermische Wirkungsgrad des Stirling-Prozesses ergibt sich aus der Beziehung:

$$\eta_{th} = 1 - \tau \quad (1.01)$$

Dabei bedeutet τ das Verhältnis der absoluten Temperaturen T_k zu T_e :

$$\tau = \frac{T_k}{T_e} \quad (1.02)$$

Der thermische Wirkungsgrad η_{th} des Stirling-Prozesses entspricht dem Carnot-Faktor η_{thc} des Carnot-Prozesses, so daß er den thermodynamisch höchstmöglichen Wert annimmt.

Die Verwirklichung des Stirling-Prozesses setzt phasenverschobene Volumen- und Druckänderungen zweier auf unterschiedlicher Temperatur befindlicher Räume voraus, die miteinander in ständiger offener Verbindung stehen.

Diese Bedingung ist mit Hubkolbenmaschinen (HKM) und Rotationskolbenmaschinen (RKM) erfüllbar.

Sowohl bei den Hubkolben- als auch bei den Rotationskolbenmaschinen sind Expansions- und Kompressionsraum über

eine Wärmeaustauscher-Einheit verbunden, die der prozeßbedingten Wärmezufuhr, Wärmespeicherung und Wärmeabfuhr dient.

Bei den von der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven/Holland entwickelten Hubkolbenmaschinen ist eine ruhende Anordnung der Wärmeaustauscher-Einheit möglich [1; 2; 3; 4]. Lage und Anordnung der Wärmeaustauscher-Einheit bei den Rotationskolbenmaschinen hängen dagegen von der verwendeten Bauform gemäß der Wankel'schen Einteilung ab [5]; sie kann zwischen Expansions- und Kompressionsraum eine drehende oder kreisende Bewegung ausführen oder auch eine ruhende Lage einnehmen [6].

1.2 Anordnung und Aufbau der Wärmeaustauscher-Einheit

Bei vergleichender Betrachtung der RKM, die eine Verwirklichung des Stirling-Prozesses ermöglichen, ergeben sich für die Bauformreihe KKM Ka 2:1, 3:2, etc. hinsichtlich folgender Kriterien optimale Verhältnisse:

- a) mechanische und thermische Beanspruchung von Laufbahn, Welle und Lagerungen
- b) Getriebebelastung
- c) Massenausgleich
- d) Dichtungsmöglichkeit im Ruhezustand
- e) Abdichtung von Leckgas
- f) Heizungswirkungsgrad
- g) allgemeine Konstruktionsschwierigkeiten

Die Verbindung der zugeordneten Expansions- und Kompressionsräume der RKM der Bauformreihe KKM Ka 2:1, 3:2, etc. kann über eine feststehende Wärmeaustauscher-Einheit erfolgen.

Die grundsätzliche Anordnung von Expansionsraum, Wärmeaustauscher-Einheit und Kompressionsraum zeigt Bild 1.

Die Aufgabe des Erhitzers besteht darin, durch Wärmezufuhr an das Arbeitsmedium dessen Temperaturabfall während der Expansion zu verhindern. Der Kühler sorgt durch Wärmeabfuhr an die Umgebung dafür, daß während der Kompression kein Temperaturanstieg des Arbeitsmediums erfolgt.

Beim Überströmen des Arbeitsmediums aus dem Expansions- in den Kompressionsraum gibt es Wärme an den Regenerator ab. Die vom Regenerator in diesem Zeitraum gespeicherte Wärme wird vom Arbeitsmedium beim Zurückströmen vom Kompressions- in den Expansionsraum wieder aufgenommen.

Der ideale isotherme Stirling-Prozeß ist dadurch ausgezeichnet, daß die beim isochoren Überschieben des Arbeitsmediums vom Expansions- in den Kompressionsraum bzw. vom Kompressions- in den Expansionsraum regenerativ ausgetauschten Wärmemengen gleich groß sind. Sie erscheinen daher nicht in einer thermodynamischen Prozeßrechnung und sind ohne Einfluß auf den thermischen Wirkungsgrad.

Zur Erzielung eines großen thermischen Wirkungsgrades gemäß Gl. (1.01) ist es notwendig, die Expansion bei möglichst großen und die Kompression bei möglichst kleinen absoluten Temperaturen durchzuführen.

Die bisher in der Literatur bekannt gewordenen Angaben über die Größe der Kompressionstemperaturen umfassen den Bereich von ca. $(295 \div 375)^\circ\text{K}$ [7], so daß für den Kühler hinsichtlich der thermischen Belastungen die üblichen Werkstoffe für den Bau von Wärmeaustauschern verwendet werden können.

Die angestrebte Expansionstemperatur von 1200°K dagegen erfordert die Auswahl bzw. das Auffinden hochwarmfester Werkstoffe für den Erhitzer, die nicht nur der thermischen, sondern auch der mechanischen Beanspruchung, bedingt durch den statischen Druck und/oder den wechselnden Drücken des Arbeitsmediums, gewachsen sind.

Die Regenerator-Werkstoffe unterliegen in thermischer Hinsicht in etwa denselben Bedingungen wie die Werkstoffe für den Erhitzer. Detaillierte Angaben über die konstruktive Gestaltung der Wärmeaustauscher-Einheit sind bisher nicht veröffentlicht worden.

Aus den Berichten der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven/Holland läßt sich entnehmen, daß Erhitzer und Kühler für die nach dem Stirling-Prozeß arbeitenden Hubkolbenmaschinen aus kreis- oder spaltförmigen Strömungskanälen bestehen, während der Regenerator eine poröse, strömungsdurchlässige Metallmatrix darstellt oder aus engmaschigen Drahtnetzen aufgebaut ist. Für die RKM der Bauformreihe KKM Ka 2:1, 3:2 etc. ist dieses Konzept für die Wärmeaustauscher-Einheit im wesentlichen ebenfalls verwendbar.

Einschneidende Änderungen für die Konstruktion des Erhitzers sind erst dann zu erwarten, wenn der Übergang von fossilen auf nukleare Brennstoffe erfolgt, insbesondere dann, wenn die nukleare Wärmequelle mit der RKM zu einer kompakten Einheit zusammengefaßt wird.

Die Bauart des Kühlers richtet sich in starkem Maße nach Verwendungsgebiet und Aufstellungsort der RKM bzw. der HKM. Die Möglichkeit der Wärmeabfuhr bei der Kompression durch Leitung, Konvektion und/oder Strahlung hängt von den vorliegenden Umgebungsbedingungen ab.

1.3 Die Strömungsformen und der Wärmetransport in der Wärmeaustauscher-Einheit

Bei Hub- und Rotationskolbenmaschinen, die nach dem Stirling-Prozeß arbeiten, führen die Kolben in den korrespondierenden Expansions- und Kompressionsräumen harmonische, phasenverschobene Bewegungen aus und bedingen, daß sich Druck, Temperatur, Volumen und Geschwindigkeit des Arbeitsmediums in jedem Punkt des geschlossenen Kreisprozesses periodisch ändern.

Für den idealen isothermen Stirling-Prozeß ist die Berechnung des p, V, T -Verhaltens des Arbeitsmediums in geschlossener Form möglich [8], so daß bei vorgegebener Geometrie der HKM bzw. RKM Geschwindigkeit, Massenstrom und Wärmestrom bestimmbar sind.

Die Rechnung zeigt, daß sich der Massenstrom mit der Kolbenlage periodisch ändert. In erster Näherung kann für strömungs- und wärmetechnische Untersuchungen ein sinusförmiger Verlauf des Massenstroms zugrunde gelegt werden. Der Wärmestrom in der Wärmeaustauscher-Einheit ist in ähnlicher Weise von der Kolbenlage abhängig wie der Massenstrom. Der reale Stirling-Prozeß unterscheidet sich vom idealen isothermen Stirling-Prozeß im wesentlichen durch folgende Merkmale

- a) Expansion und Kompression erfolgen, bedingt durch die endliche Größe der Wärmeübergangskoeffizienten, nicht mehr isotherm.
- b) Der Druck des Arbeitsmediums in den korrespondierenden Expansions- und Kompressionsräumen ist, hervorgerufen durch den Druckabfall in den Strömungskanälen der Wärmeaustauscher-Einheit, nicht mehr überall gleich.
- c) Die Wandtemperaturen des Erhitzers und Kühlers der Wärmeaustauscher-Einheit können nicht mehr als konstant angesehen werden, sondern sind von der Kolbenlage abhängig.

Das p, V, T -Verhalten des Arbeitsmediums, Geschwindigkeit, Massenstrom, Druckverlust und Wärmestrom für den realen Stirling-Prozeß können schrittweise berechnet werden [9; 10].

Die Untersuchungen über den idealen isothermen und den realen Stirling-Prozeß zeigen, daß die Strömung in der Wärmeaustauscher-Einheit folgendermaßen gekennzeichnet ist:

- a) pulsierende Strömung im laminaren oder turbulenten Bereich
- b) Änderung der Strömungsrichtung der Pulsationsströmung.

Für die analytische Beschreibung dieser reversierbaren Pulsationsströmung reichen die Kennzahlen für das Geschwindigkeitsfeld bei vollausgebildeter laminarer oder turbulenter Strömung in hydraulisch glatten Strömungskämen nicht mehr aus. Wird unterstellt, daß sich die Geschwindigkeit der Pulsationsströmung w additiv aus einem stationären Mittelwert \bar{w} und einem instationären oszillierenden Anteil w_{osz} zusammensetzt, so läßt sich letzterer durch die Angabe von Geschwindigkeitsamplitude und Kreisfrequenz erfassen.

Um die Vorteile der Ähnlichkeitsmechanik zu nutzen, ist es zweckmäßig, Geschwindigkeitsamplitude und Kreisfrequenz durch geeignete dimensionslose Größen zu ersetzen.

Der instationäre oszillierende Geschwindigkeitsanteil dürfte dann in Abhängigkeit von der Strouhal-Zahl

$$S = \frac{\omega d_h}{\bar{w}} \quad (1.03)$$

und der Welligkeitszahl

$$\phi = \frac{w_{Max} - \bar{w}}{\bar{w}} \quad (1.04)$$

darstellbar sein.

In den Gln. (1.03) und (1.04) bedeuten:

- ω $\hat{=}$ Kreisfrequenz in rad/s
- d_h $\hat{=}$ hydraulischer Durchmesser in m
- \bar{w} $\hat{=}$ stationärer Mittelwert der Geschwindigkeit in m/s
- w_{Max} $\hat{=}$ maximale Geschwindigkeit in m/s

Da die Arbeitsmedien des Stirling-Prozesses gasförmige Stoffe sind, die zwischen Expansions- und Kompressionsraum mit erheblicher Geschwindigkeit hin- und herströmen, muß

der Einfluß der Kompressibilität beachtet und in der Ma-Zahl

$$Ma = \frac{w}{w_s} \quad (1.05)$$

berücksichtigt werden.

In Gl. (1.05) stellt w_s die Schallgeschwindigkeit des Arbeitsmediums dar.

Die Unsymmetrie bei der Hin- und Rückströmung des Arbeitsmediums muß in eine weitere Kennzahl eingehen, die vorläufig formal mit Ψ bezeichnet werde.

Berücksichtigt man ferner noch Anlaufeffekte im Strömungsfeld, so hängt die Geschwindigkeit der reversierbaren Pulsationsströmung von folgenden dimensionslosen Größen ab:

$$w = f(\text{grad } p^*, Re, \frac{L}{d_h}, S, \phi, \Psi, Ma) \quad (1.06)$$

In Gl. (1.06) sind thermische Auftriebskräfte vernachlässigt worden. Zusätzlich zu den bisher definierten Größen bedeuten:

$\text{grad } p^*$	\triangleq	dimensionsloser Druckgradient
L	\triangleq	Länge des Strömungskanals in m
$Re = \frac{\bar{w} d_h}{\nu}$	\triangleq	Reynolds-Zahl
$\nu = \frac{\eta}{\rho}$	\triangleq	kinematische Viskosität des Arbeitsmediums in m^2/s
η	\triangleq	dynamische Viskosität des Arbeitsmediums in kg/ms
ρ	\triangleq	Dichte des Arbeitsmediums in kg/m^3

Mit Kenntnis der in Gl. (1.06) aufgeführten Kennzahlen lassen sich auch die dimensionslosen Größen zur Beschreibung des Wärmeübergangs bei reversierbarer Pulsationsströmung in hydraulisch glatten Strömungskanälen angeben. Für die dimensionslose Kenngröße Nu des Wärmeübergangs ergibt sich:

$$Nu = f(\text{grad } p^*, Re, \frac{L}{d_h}, S, \phi, \Psi, Ma, Pr) \quad (1.07)$$

Gl. (1.07) gilt unter der Voraussetzung temperaturunabhängiger Stoffwerte des Arbeitsmediums, wärmequellenfreiem Strömungsfeld und der Vernachlässigung der durch innere Reibung erzeugten Wärme.

Die in Gl. (1.07) eingeführte Stoffwertkenngröße Pr ist definiert durch

$$Pr = \frac{v}{\alpha} \quad (1.08)$$

Dabei wird der Temperaturleitfähigkeitskoeffizient α gebildet aus dem Wärmeleitfähigkeitskoeffizienten λ , der spezifischen Wärme bei konstantem Druck c_p und der Dichte ρ .

Die Anzahl der in Gl. (1.07) verzeichneten Kennzahlen erhöht sich noch durch die Randbedingungen des jeweils betrachteten Wärmeübertragungssystems.

Eine analytische Beziehung, die die Kennzahlen der Gl. (1.07) verknüpft, liegt, bedingt durch mathematische Schwierigkeiten bei der Lösung der hydrodynamischen und thermischen Grenzschichtgleichungen, nicht vor.

Die Anzahl der Kennzahlen macht deutlich, daß die experimentelle Ermittlung des Einflusses aller Kennzahlen auf den Wärmeübergang an der Größe des Versuchsumfanges scheitert.

Die bisher durchgeführten experimentellen Arbeiten auf dem Gebiet der Wärmeübertragung bei pulsierender Strömung erfassen nur einen Teil der das Problem beschreibenden Kennzahlen [11, 12] und liefern widersprüchliche, nicht erklärbare Ergebnisse [8].

Nach dem heutigen Stand der Kenntnisse ist deshalb eine Berechnung des Druckverlustes und des Wärmeübergangs bei reversierbarer Pulsationsströmung nicht mit hinreichender Sicherheit möglich.

Angaben über Druckverlust und Wärmeübergang, die sich auf Approximationsformeln stützen, müssen notwendigerweise durch experimentelle Untersuchungen der konzipierten Wärmeaustauschsysteme ergänzt und geprüft werden.

2 Strömungs- und wärmetechnische Approximationsrechnung für die Wärmeaustauscher-Einheit

Die thermodynamische Berechnung des idealen isothermen bzw. des realen Stirling-Prozesses liefert den Verlauf von Massen- und Wärmestrom in der Wärmeaustauscher-Einheit in Abhängigkeit von der Kolbenlage.

Die strömungs- und wärmetechnische Approximationsrechnung für die Wärmeaustauscher-Einheit beruht auf der Kenntnis des Massenstromverlaufs bzw. eines geeigneten Mittelwertes für den Massenstrom.

In die Widerstandsgesetze, die die Berechnung des Druckverlustes bei laminarer oder turbulenter Strömung in hydraulisch glatten und rauhen Strömungskanälen ermöglichen, und in die dimensionslosen Gleichungen, die den Wärmeübergang bei erzwungener Konvektion beschreiben, wird durch Umformung der Massenstrom eingeführt. Die so entstandenen Beziehungen sind die Grundlage für eine vorläufige Bestimmung des Strömungsquerschnittes und der wärmeübertragenden Fläche der Wärmeaustauscher-Einheit.

Die Übertragung von Strömungs- und Wärmeübergangsgesetzen für stationäre Strömungsfelder auf reversierbare Pulsationsströmungen ist dadurch bedingt, daß Gleichungen für die Berechnung des Druckverlustes und Wärmeübergangs bei pulsierender reversierbarer Strömung vollständig fehlen. Hinzu kommt, daß die Auswirkungen pulsierender Strömung auf Druckverlust und Wärmeübergang bisher nicht hinreichend geklärt sind. Es liegen sowohl experimentelle Arbeiten vor, die die Anwendbarkeit von Druckverlust- und Wärmeübergangsgleichungen für stationäre Strömungen auf Pulsationsströ-

nungen aufzeigen, sofern geeignete Mittelwerte für den Massenstrom bzw. die Re-Zahl eingeführt werden, als auch Forschungsergebnisse, die dieses Vorgehen in Frage stellen [8].

Bei Berücksichtigung dieser Umstände ist eine näherungsweise Berechnung der Wärmeaustauscher-Einheit nach analytischen Beziehungen, die streng nur für stationäre Strömungsfelder gültig sind, berechtigt, zumal die Auswirkungen von Massenstrom-, Temperatur- und Druckniveauänderungen auf den erforderlichen Strömungsquerschnitt und die Wärmeübertragungsfläche der Wärmeaustauscher-Einheit abschätzbar sind.

2.1 Der Erhitzer.

Die Approximationsrechnung für den Erhitzer der Wärmeaustauscher-Einheit geht von einem sehr einfachen Modell aus, das aber bei fortschreitender Anpassung der Prozeßrechnung an den realen Stirling-Prozeß und bei Festlegung der konstruktiven Ausführung der zugeordneten RKM weiter verfeinert werden kann. Mit Rücksicht auf die Größe der wärmeübertragenden Fläche soll das Arbeitsmedium im Erhitzer der Wärmeaustauscher-Einheit turbulent strömen. Einlaufeffekte und der Einfluß temperaturabhängiger Stoffwerte sollen zunächst unberücksichtigt bleiben. Der Druckverlust für den Erhitzer der Wärmeaustauscher-Einheit, der in seinem Aufbau einem liegenden Rohrbündel-Wärmeaustauscher entspricht, berechnet sich nach der Beziehung:

$$\Delta p = \zeta (Re_b, \epsilon) \frac{Q_b}{2} \bar{w}^2 \frac{L}{d_i} \quad (2.01)$$

Dabei bedeuten, zusätzlich zu den bisher verwendeten Größen:

Δp	\triangleq	Druckverlust in at
ζ	\triangleq	Widerstandsziffer
$\epsilon = \frac{K_s}{d_i}$	\triangleq	relative Rauigkeit
K_s	\triangleq	äquivalente Sandrauigkeit in m
d_i	\triangleq	Rohrinnendurchmesser in m

Vereinfachend wird die Gültigkeit des Blasius'schen Widerstandsgesetzes für hydraulisch glatte Rohre vorausgesetzt:

$$\zeta = 0,3164 Re_b^{-0,25} \quad (2.02)$$

Ersetzt man in der Re-Zahl den stationären Mittelwert der Geschwindigkeit \bar{w} durch den Massenstrom \bar{M} , so ergibt sich aus den Gln. (2.01) und (2.02) für den Strömungsquerschnitt A_s :

$$A_s = \sqrt[1,75]{\frac{0,3164}{2} \frac{\eta_b^{0,25}}{\rho_b \Delta p} \frac{L}{d;^{1,25}} \frac{\bar{M}^{1,75}}{M}} \quad (2.03)$$

Wird unterstellt, daß das Arbeitsmedium des Stirling-Prozesses der thermischen Zustandsgleichung für ideale Gase folgt, so ergibt sich, da der Massenstrom der Dichte des Arbeitsmediums proportional ist, aus Gl. (2.03) folgender Zusammenhang:

$$A_s \sim \sqrt{\frac{1}{\frac{\Delta p}{p} RT}} \quad (2.04)$$

Gl. (2.04) läßt wichtige Schlußfolgerungen zu:

- a) Der erforderliche Strömungsquerschnitt A_s ist unabhängig vom Druckniveau p und nimmt mit abnehmendem Druckverlust Δp zu
- b) Gasförmige Arbeitsmedien mit niedrigem Molekulargewicht, i.e. große individuelle Gaskonstante R , wie Helium und Wasserstoff, eignen sich, mit Hinblick auf den Strömungsquerschnitt, gut für den Stirling-Prozeß
- c) Der Strömungsquerschnitt nimmt mit zunehmendem Temperaturniveau T ab.

Die wärmetechnische Berechnung des Erhitzers für die Wärmeaustauscher-Einheit geht vom 1. Hauptsatz der Thermodynamik und vom Newton'schen Abkühlungsgesetz aus:

$$\bar{Q} = \bar{M} c_p (\vartheta_E - \vartheta_A) \quad (2.05)$$

$$\bar{Q} = \alpha_i A_i (\vartheta_{W_i} - \vartheta_m) \quad (2.06)$$

In den Gln. (2.05) und (2.06) bedeuten:

\bar{Q}	\triangleq	mittlerer Wärmestrom in kcal/h
ϑ_E	\triangleq	Eintrittstemperatur des Arbeitsmediums in $^{\circ}\text{K}$
ϑ_A	\triangleq	Austrittstemperatur des Arbeitsmediums in $^{\circ}\text{K}$
α_i	\triangleq	Wärmeübergangskoeffizient, bezogen auf die innere wärmeaustauschende Fläche in kcal/m ² hgrd
A_i	\triangleq	innere wärmeübertragende Fläche in m ²
ϑ_{W_i}	\triangleq	mittlere Wandtemperatur an der Innenseite der wärmeaustauschenden Fläche in $^{\circ}\text{K}$
ϑ_m	\triangleq	mittlere Temperatur des Arbeitsmediums in $^{\circ}\text{K}$.

Ausgang für die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten sind die in der amerikanischen Literatur gebräuchlichen j-Faktoren, die für eine große Anzahl unterschiedlich gestalteter Wärmeübertragungsflächen vorliegen [13]. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt darin, daß die Approximationsrechnung für das vorliegende Wärmeaustauscher-Modell leicht an ein anderes angepaßt werden kann.

Die Beziehung für den j-Faktor zur Berechnung des Wärmeüberganges bei vollausgebildeter turbulenter Strömung lautet:

$$\text{St}_b \text{Pr}_b^{\frac{2}{3}} = j = 0.023 \text{Re}_b^{-0.2} \quad (2.07)$$

Die in Gl. (2.07) angeführte Stanton-Zahl ist definiert zu:

$$\text{St}_b = \frac{\text{Nu}_b}{\text{Pr}_b \text{Re}_b} \quad (2.08)$$

Der Index b weist darauf hin, daß alle Kennzahlen der Gl. (2.07) bei der "Bulk-Temperatur" zu bilden sind, die der auf den Wärmemassenstrom bezogenen mittleren Temperatur entspricht [14].

Die Umformung der Gl. (2.07) führt auf folgenden Ausdruck für den Wärmeübergangskoeffizienten:

$$\alpha_i = \frac{0,023 d_i^{-0,2} c_{pb} \eta_b^{0,2} Pr_b^{-\frac{2}{3}} \bar{M}^{0,8}}{A_s^{0,8}} \quad (2.09)$$

In Verbindung mit Gl. (2.09) erhält man aus Gl. (2.06) für die wärmeübertragende Fläche des Erhitzers für die Wärmeaustauscher-Einheit:

$$A_i = \frac{d_i^{0,2} A_s^{0,8}}{0,023} \frac{Pr_b^{\frac{2}{3}}}{c_{pb} \eta_b^{0,2} (\vartheta_{wi} - \vartheta_m)} \frac{\bar{Q}}{\bar{M}^{0,8}} \quad (2.10)$$

Wird in Gl. (2.10) der Strömungsquerschnitt A_s nach Gl. (2.04) ersetzt, so lassen sich folgende Zusammenhänge ablesen:

- a) die wärmeübertragende Fläche A_i nimmt mit steigendem Druckniveau p zu
- b) die wärmeübertragende Fläche A_i nimmt mit steigendem Temperaturniveau T ab
- c) die wärmeübertragende Fläche A_i nimmt bei Verwendung niedrigmolekularer Gase mit großen individuellen Gaskonstanten R ab.

Verschieben sich das Druck- und Temperaturniveau des Stirling-Prozesses, so ergeben sich für den Erhitzer der Wärmeaustauscher-Einheit Änderungen bezüglich des Strömungsquerschnittes und der wärmeübertragenden Fläche:

Änderungen der Parameter	Erforderlicher Strömungsquerschnitt	Erforderliche wärmeübertragende Fläche
Erhöhung des Druckniveaus	keine Änderung	Zunahme
Erhöhung des Temperaturniveaus	Abnahme	Abnahme

In Tabelle I des Anhangs findet sich eine vergleichende Gegenüberstellung der tatsächlichen Strömungs- und Wärmeübergangsverhältnisse im Erhitzer der Wärmeaustauscher-Einheit und der Annahmen für die Approximationsrechnung.

Tabelle II zeigt ein Rechenschema für die Approximationsrechnung, aus dem die Anzahl der Freiheitsgrade für die strömungs- und wärmetechnische Berechnung des Erhitzers entnommen werden kann, wenn über seine Geometrie verfügt worden ist.

Für die Konstruktion des Erhitzers liefert die Approximationsrechnung den Durchmesser, die Anzahl und Länge der Strömungskanäle und für die Prozeßrechnung den Druckverlust und das durch Wärmeaustausch bedingte Totvolumen.

2.2 Der Regenerator

Die im Regenerator der Wärmeaustauscher-Einheit gespeicherte Wärmemenge hängt von den thermodynamischen Daten des Stirling-Prozesses ab. Für den idealen isothermen Stirling-Prozeß findet F.A. Creswick [8] in Abhängigkeit von den Prozeß-Parametern Kompressionsraum V_K , Expansionsraum V_E , Totvolumen der Wärmeaustauscher-Einheit V_T , Maximaldruck p_{Max} , Temperaturverhältnis τ und Phasenverschiebung φ für das Verhältnis der im Regenerator gespeicherten zu der im Erhitzer zugeführten Wärmeströme $\frac{Q_{Reg}}{Q_H}$ den Wert 2,5, der mit den Angaben in der Arbeit von H. Rinia et al. [1] gut übereinstimmt.

Das Temperaturfeld, und damit auch die gespeicherte Wärmemenge, im Regenerator der Wärmeaustauscher-Einheit ist, im Gegensatz zum Erhitzer und Kühler, selbst dann vom Ort und der Zeit abhängig, wenn für die Approximationsrechnung die tatsächlich vorliegende reversierbare Pulsationsströmung durch eine stationäre laminare oder turbulente Strömung ersetzt wird.

Die Angabe der zeitlich und örtlich veränderlichen Temperaturen im Regenerator setzt die Lösung eines Systems von partiellen Differentialgleichungen voraus, das die instationäre Wärmeleitung in der Speichermasse des Regenerators und den instationären Wärmeübergang zwischen Arbeitsmedium und Speichermasse beschreibt.

Befindet sich der Regenerator im Beharrungszustand, der dadurch ausgezeichnet ist, daß jeder Punkt des Regenerators in aufeinanderfolgenden Warm- bzw. Kaltperioden denselben Zustand erreicht, so können, unter vereinfachenden Annahmen, Lösungen für das Temperaturfeld gewonnen werden.

Wesentliche Arbeiten auf dem Gebiet der Regeneratortheorie sind vor allem von A. Anzelius, W. Nußelt, W. Schmeidler, G. Ackermann, A.N. Lowan und H. Hausen [15;16;17;18;19;20;21] durchgeführt worden.

In Tabelle III des Anhangs sind die Voraussetzungen der Regeneratortheorie nach Hausen zusammengestellt und die Abweichungen zum realen Regenerator angeführt worden. Durch neuere experimentelle und analytische Untersuchungen des Regeneratorverhaltens [22;23;24] läßt sich zum Teil der Einfluß der nicht mit den physikalischen Vorgängen übereinstimmenden Voraussetzungen der Regeneratortheorie überblicken.

Abweichend von der Regeneratortheorie hat der Wärmeleitfähigkeitskoeffizient λ_B der Regeneratorspeichermassen endlich große Werte, so daß, in Strömungsrichtung des Arbeitsmediums gesehen, im Regenerator ein Wärmeverlust auftritt. Dieser Wärmeverlust beträgt 0,01% der im Regenerator gespeicherten Wärmemenge und kann deshalb vernachlässigt werden.

Die relativen Abweichungen in den Temperaturverläufen im Regenerator, die sich bei der Verwendung von temperaturunabhängigen und temperaturabhängigen Stoffwerten des Arbeitsmediums ergeben, liegen durchschnittlich unter ein Prozent.

Bedingt durch die unterschiedlichen Regeneratortemperaturen während der Warm- und Kaltperiode, weicht der Massenstrom des Arbeitsmediums in der Warmperiode von dem in der Kaltperiode ab. Der Einfluß ungleich großer Massenströme auf das Temperaturfeld im Regenerator ist jedoch von untergeordneter Bedeutung.

Faßt man die Auswirkungen temperaturabhängiger Stoffwerte und nicht gleichgroßer Massenströme des Arbeitsmediums auf das Temperaturverhalten des Regenerators zusammen, so ergibt sich, daß auch der Verstoß gegen die Voraussetzung der Regeneratortheorie in bezug auf gleichgroße Wärmekapazitäten $WT = W'T$ in der Warm- und Kaltperiode keinen schwerwiegenden Fehler bei der wärmetechnischen Berechnung des Regenerators nach sich zieht.

Die in der Literatur angegebenen Lösungen für Temperaturverläufe in Regeneratoren setzen konstante Eintrittstemperaturen des Arbeitsmediums in der Warm- und Kaltperiode voraus und unterstellen, daß während des Periodenwechsels kein Wärmeverlust auftritt. Untersuchungen über den Einfluß veränderlicher Eintrittstemperaturen und von Wärmeverlusten während des Umschaltens liegen bisher nicht vor.

Aus der Theorie der partiellen Differentialgleichungen geht hervor, daß eine Änderung der Rand- und Anfangsbedingungen zumindest auf den Temperaturverlauf an den Enden des Regenerators von merklichem Einfluß sein dürfte.

Wärmeverluste beim Umschalten werden, bei sonst gleichen Bedingungen, mit kürzerer Periodenzeit prozentual stärker ins Gewicht fallen.

Wie aus Kapitel 1.3 hervorgeht, sind die beiden zuletzt genannten Voraussetzungen der Regeneratortheorie für den Regenerator der Wärmeaustauscher-Einheit beim Stirling-Prozeß nur in grober Annäherung erfüllt.

Eine Verbesserung der wärmetechnischen Berechnung des Regenerators müßte, abgesehen von der Erfassung des Wärmeübergangs bei reversierbarer Pulsationsströmung, den Einfluß veränderlicher Eintrittstemperaturen des Arbeitsmediums während der Warm- und Kaltperiode und von Wärmeverlusten beim Periodenwechsel berücksichtigen.

Das Modell für den Regenerator der Wärmeaustauscher-Einheit hat, in Anpassung an den Erhitzer, ebenfalls einen einfachen geometrischen Aufbau. Es besteht aus einer Metallmatrix, die von spalt- oder kreisförmigen Strömungskanälen durchzogen ist, und die die Verbindung zwischen Erhitzer und Kühler der Wärmeaustauscher-Einheit herstellt.

Die für das Regenerator-Modell entwickelte strömungs- und wärmetechnische Approximationsrechnung ist so aufgebaut, daß sie ohne großen Aufwand an ähnliche Regenerator-Konstruktionen angepaßt werden kann.

Aus der auf die Warm- und Kaltperiode bezogenen Wärmebilanz für das Arbeitsmedium ergibt sich:

$$Q_{Per} = WT(\bar{\vartheta}_1 - \bar{\vartheta}_2) = W'T'(\bar{\vartheta}_2' - \bar{\vartheta}_1') \quad (2.11)$$

Dabei bedeuten:

- Q_{Per} = in einer Vollperiode übertragene Wärmemenge in kcal
- $W = \bar{M} c_p =$ Wasserwert des Arbeitsmediums während der Warmperiode in $\frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{grad}}$
- T = Dauer der Warmperiode in h
- $\bar{\vartheta}_1$ = zeitlicher Mittelwert der Eintrittstemperatur des Arbeitsmediums in der Warmperiode in $^{\circ}\text{K}$
- $\bar{\vartheta}_2$ = zeitlicher Mittelwert der Austrittstemperatur des Arbeitsmediums in der Warmperiode in $^{\circ}\text{K}$

Die gestrichelten Größen in Gl. (2.11) beziehen sich auf die Kaltperiode.

Bei Verwendung eines Wärmedurchgangskoeffizienten k läßt sich für den Beharrungszustand, die in einer Vollperiode in einem Regenerator mit der wärmeübertragenden Fläche A_i gespeicherte Wärmemenge folgendermaßen berechnen:

$$Q_{Per} = k A_i (T+T') \Delta\vartheta_M \quad (2.12)$$

In Gl. (2.12) ist $\Delta\vartheta_M$ die mit den zeitlichen Mittelwerten der Ein- und Austrittstemperaturen des Arbeitsmedium gebildete mittlere logarithmische Temperaturdifferenz.

Der Wärmedurchgangskoeffizient k ist vom Wärmedurchgangskoeffizienten k_0 nach der Grundschwingung des Temperaturfeldes im Regenerator, von der reduzierten Periodendauer Π und der reduzierten Regeneratorlänge Λ abhängig.

Für den Wärmedurchgangskoeffizienten nach der Grundschwingung gilt die Beziehung:

$$\frac{1}{k_0} = (T+T') \left[\frac{1}{\alpha_m} + \frac{1}{\alpha'_m} + \frac{\delta}{\lambda_B} \phi^* \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \right] \quad (2.13)$$

Die Wärmeübergangskoeffizienten α_m bzw. α'_m beziehen sich auf die mittlere Temperatur der Speichermasse t_m bzw. t'_m in der Warm- und Kaltperiode. Sie enthalten die bereits eingeführten Wärmeübergangskoeffizienten α_i bzw. α'_i und ein Korrekturglied:

$$\frac{1}{\alpha_m} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda_B} \phi^* \quad (2.14)$$

$$\frac{1}{\alpha'_m} = \frac{1}{\alpha'_i} + \frac{\delta}{\lambda_B} \phi^* \quad (2.15)$$

Die Hilfsfunktion ϕ^* ist von der Dicke δ eines Elements der Regeneratorspeichermasse, von dem Temperaturleitfähigkeitskoeffizienten α_B der Speichermasse und von den Periodendauern T und T' abhängig.

Reduzierte Periodendauer Π und reduzierte Regeneratorlänge Λ sind definiert zu:

$$\Pi = 2 \frac{k_0(T+T')A_i}{C_{Per}} \quad (2.16)$$

$$\Lambda = 2 \frac{k_0(T+T')A_i}{C_S} \quad (2.17)$$

In den Gln. (2.16) und (2.17) bedeuten:

$C_{Per} = \frac{1}{2}(WT+W'T) \triangleq$ mittlere Wärmekapazität des Arbeitsmediums je Periode in kcal/grad

$C_S = V_S \rho_B c_B \triangleq$ mittlere Wärmekapazität der Regeneratorspeichermasse in kcal/grad

$V_S \triangleq$ Festvolumen der Regeneratorspeichermasse in m^3

$\rho_B \triangleq$ Dichte der Regeneratorspeichermasse in kg/m^3

$c_B \triangleq$ spezifische Wärme der Regeneratorspeichermasse in kcal/kg grad

In Tabelle IV des Anhangs ist das Schema der vollständigen Approximationsrechnung für das Regenerator-Modell der Wärmeaustauscher-Einheit aufgeführt. Es geht von den thermodynamischen Prozeßdaten des Stirling-Prozesses aus, umfaßt die Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten und der wärmeübertragenden Fläche im Regenerator, sowie die Bestimmung des Druckverlustes und des Strömungsquerschnittes.

Die Approximationsrechnung erfordert ein Iterationsverfahren, da der Wärmedurchgangskoeffizient k , die wärmeübertragende Fläche A_i und das Festvolumen V_S des Regenerators zu Beginn der Rechnung geschätzt werden müssen.

2.3 Der Kühler

Die Funktion des Kühlers der Wärmeaustauscher-Einheit und die Möglichkeiten der Wärmeabfuhr an die Umgebung sind bereits in Kapitel 1.2 beschrieben worden. Es zeigte sich dabei, daß die Art und Gestaltung des Kühlers vom Einsatzgebiet und Aufstellungsort der HKM bzw. RKM abhängen, so daß die Entwicklung eines Modells für den Kühler der Wärmeaustauscher-Einheit eine Verfügung darüber voraussetzt.

Für konventionelle Anwendungen von RKM, die den Stirling-Prozeß verwirklichen, kann das Modell des Kühlers der Wärmeaustauscher-Einheit ähnlich wie das des Erhitzers aufgebaut sein, so daß die in Kapitel 2.1 entwickelte Approximationsrechnung auch für den Kühler gültig bleibt.

3 Numerische Berechnung einer Modell-Wärmeaustauscher-Einheit

Die numerische Berechnung des Erhitzers und des Regenerators einer Modell-Wärmeaustauscher-Einheit für nach dem Stirling-Prozeß arbeitende RKM dient vornehmlich folgenden Zwecken

- a) Überprüfung der logischen Verknüpfung der analytischen Beziehungen in der Approximationsrechnung
- b) Festlegung von Strömungsquerschnitt und der wärmeübertragenden Fläche
- c) Kontrolle des Einflusses der thermodynamischen Prozeßdaten auf Strömungsquerschnitt und wärmeübertragende Fläche.

Bei einer Leistung von $\dot{Q} = 5 \text{ kW}_{\text{th}}$ ergeben sich für die KKM Ka 3:2 folgende, durch den Stirling-Prozeß, bedingte Daten:

$$\begin{aligned}n &= 1000 \text{ U/min} \\3 \cdot V_{\text{KH}} &= 270 \text{ cm}^3 \\T_e &= 1200 \text{ °K} \\T_k &= 360 \text{ °K}\end{aligned}$$

Es bedeuten n die Drehzahl der RKM und V_{KH} das Hubvolumen auf der Expansionsseite.

Im Hinblick auf einen möglichst großen Gesamtwirkungsgrad des Stirling-Prozesses soll die Auslegung der Wärmeaustauscher-Einheit so erfolgen, daß die Austrittstemperatur des Arbeitsmediums Helium aus dem Erhitzer 1180°K bzw. 1190°K und aus dem Kühler 370°K beträgt. Damit sind gleichzeitig die Temperaturen $\bar{\theta}_1$ und $\bar{\theta}_2$ für den Regenerator, dessen Metallmatrix aus handelsüblichem Kupfer bestehen soll, festgelegt. In den Diagrammen des Anhangs sind, in Abhängigkeit vom Durchmesser und von der Anzahl der Strömungskanäle, bei unterschiedlichen Re-Zahlen und Austrittstemperaturen des Arbeitsmediums aus dem Erhitzer die für die Auslegung der Wärmeaustauscher-Einheit entscheidenden Größen graphisch dargestellt.

Mit Hilfe dieser Diagramme ist es möglich, ausgehend vom maximal zulässigen Druckverlust, den Strömungsquerschnitt, die wärmeübertragende Fläche und das dadurch bedingte Totvolumen zu bestimmen.

4 Temperaturfunktionen der Modell-Wärmeaustauscher-Einheit

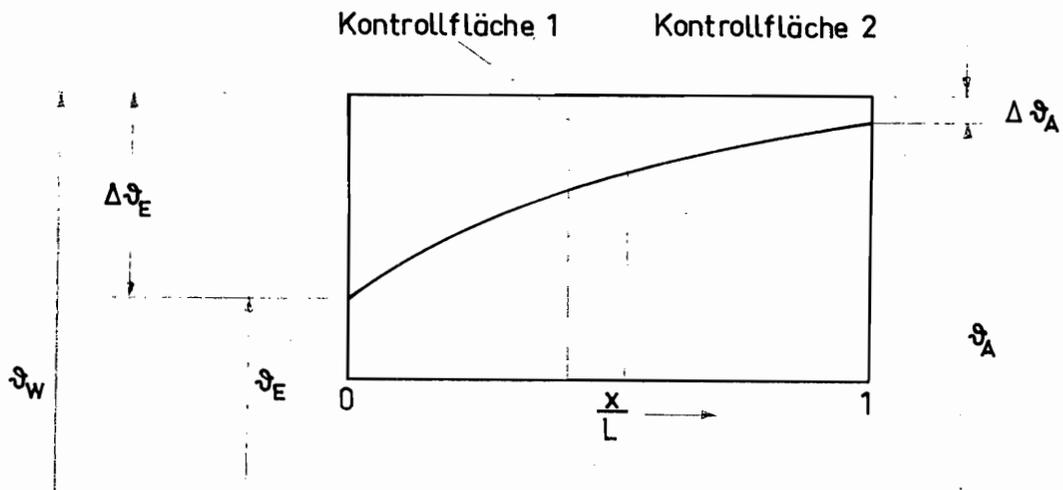
Die thermodynamische Berechnung des realen Stirling-Prozesses setzt die Kenntnis analytischer Beziehungen für den Temperaturverlauf in der Wärmeaustauscher-Einheit voraus.

Im Rahmen der Approximationsrechnung kann für den Erhitzer und Kühler eine allgemeingültige Formel für den Temperaturverlauf angegeben werden, während die Temperaturfunktion für den Regenerator nur für die im Kapitel 3 gewählten Auslegungsdaten zutrifft.

4.1 Temperaturfunktionen für den Erhitzer

Der Temperaturverlauf im Erhitzer der Wärmeaustauscher-Einheit ergibt sich unter folgenden Voraussetzungen aus einer differentiellen Wärmebilanz (s. untenstehende Skizze):

- a) stationäre eindimensionale Strömung des Arbeitsmediums
- b) temperaturunabhängige Stoffwerte des Arbeitsmediums
- c) konstante Eintrittstemperatur ϑ_E des Arbeitsmediums
- d) konstante Wandtemperatur ϑ_W des Erhitzers
- e) temperaturunabhängiger Wärmeübergangskoeffizient α ;



$$d\dot{Q} = \bar{M} c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} dx \quad (4.01)$$

$$d\dot{Q} = \alpha_i (\vartheta_W - \vartheta) U dx \quad (4.02)$$

Dabei bedeuten, zusätzlich zu den bisher eingeführten Größen:

- | | | |
|-----|-----------|---|
| U | $\hat{=}$ | benetzter Umfang des Strömungskanals in m |
| x | $\hat{=}$ | Längskoordinate des Strömungskanals in m |

Gleichsetzen von Gl. (4.01) und (4.02) liefert nach Umformung die Differentialgleichung für den Temperaturverlauf:

$$\frac{d(\vartheta_w - \vartheta)}{d\left(\frac{x}{L}\right)} + \frac{\alpha_i U L}{\bar{M} c_p} (\vartheta_w - \vartheta) = 0 \quad (4.03)$$

Gl. (4.03) kann durch Trennung der Variablen und Einsetzen der aus der Skizze ersichtlichen Randbedingungen gelöst werden. Es ergibt sich:

$$\vartheta_w - \vartheta = \Delta\vartheta_E e^{-\frac{\alpha_i U L}{\bar{M} c_p} \frac{x}{L}} \quad (4.04)$$

Gl. (4.04) kann bei der Prozeßrechnung für den realen Stirling-Prozeß für den Erhitzer und den Kühler der Wärmeaustauscher-Einheit verwendet werden.

4.2 Temperaturfunktion für den Regenerator

Die vereinfachenden Annahmen der Approximationsrechnung bedingen, daß der Temperaturverlauf im Regenerator linear ist.

Für die in den Bildern 8 und 9 vorgegebenen Werte der Re-Zahl und der Ein- und Austrittstemperaturen des Arbeitsmediums Helium läßt sich der Temperaturverlauf für die gewählten Durchmesser im Gültigkeitsbereich

$$133 \leq \frac{L}{d_i} \leq 140$$

in guter Näherung durch die Beziehungen

$$\vartheta_R = 1180^\circ\text{K} - 415 \left[\frac{^\circ\text{K}}{\text{mm}^{0,002}} \right] L^{-0,988} \left[\text{mm}^{-0,988} \right] x \quad (4.05)$$

$$\vartheta'_R = 370^\circ\text{K} + 415 \left[\frac{^\circ\text{K}}{\text{mm}^{0,002}} \right] L^{-0,988} \left[\text{mm}^{-0,988} \right] x \quad (4.06)$$

wiedergeben.

Die Gln. (4.05) u. (4.06) behalten ihren grundsätzlichen Aufbau auch dann, wenn sich die in Kapitel 3 aufgeführten Auslegungsdaten ändern, und können daher, in entsprechend angepaßter Form, für die Prozeßrechnung eines realen Stirling-Prozesses herangezogen werden.

5 Anwendbarkeit der Approximationsrechnung auf andere thermodynamische Prozesse

Die dynamische Umwandlung in Energieerzeugungssystemen, wie z.B. in Isotopenbatterien, ist nicht auf HKM oder RKM beschränkt, die nach dem Stirling-Prozeß arbeiten. Dynamische Umwandlungssysteme können auch den Ericson- oder Brayton-Prozeß verwirklichen [7]. In allen thermodynamischen Prozessen finden Wärmezufuhr, -abfuhr und -austausch statt. Die richtige Dimensionierung des Wärmeaustauschsystems beeinflusst in starkem Maß den Gesamtwirkungsgrad des jeweiligen Prozesses, so daß die Kenntnis eines zuverlässigen strömungs- und wärmetechnischen Berechnungsverfahrens von Vorteil ist.

Die in Kapitel 2 entwickelte Approximationsrechnung für die Wärmeaustauscher-Einheit des Stirling-Prozesses ist mit geringem Aufwand an die Wärmeaustauschsysteme des Ericson- und Brayton-Prozesses anpaßbar. Ihre Zuverlässigkeit dagegen muß durch experimentelle Untersuchungen geprüft werden, da insbesondere die physikalischen Vorgänge beim Wärmeübergang für die reversierbare Pulsationsströmung ungeklärt sind.

6. Formelzeichen und Begriffe

A_i	[m ²]	wärmeübertragende Fläche
A_S	[m ²]	Strömungsquerschnitt
C	[kcal/grad]	Wärmekapazität
$K_{1,2}$	[-]	formale Abkürzungen
K_S	[m]	äquivalente Sandrauigkeit
L	[m]	Rohrlänge
\bar{M}	[kg/h]	mittlerer Massenstrom
Q	[kcal]	Wärmemenge
\bar{Q}	[kcal/h]	mittlerer Wärmestrom
\bar{Q}'	[kcal/AS]	Wärmestrom pro Arbeitsspiel
R	[J/kg grad]	individuelle Gaskonstante
T	[°K]	absolute Temperatur
U	[m]	benetzter Umfang
V	[m ³]	Volumen
c_p	[kcal/kg grad]	spezifische Wärme bei konstantem Druck
d	[m]	Rohrdurchmesser
j	[-]	dimensionsloser Faktor für den Wärmeübergang
k	[kcal/m ² h grad]	Wärmedurchgangskoeffizient
n	[U/min]	Drehzahl
n'	[AS/min]	Anzahl der Arbeitsspiele
p	[at]	Druck
p^*	[-]	dimensionsloser Druck
Δp	[at]	Druckverlust
t	[°K]	Regenerator Temperatur

w	[m/s]	Geschwindigkeit
\bar{w}	[m/s]	stationärer Mittelwert der Geschwindigkeit
x	[m]	Längskoordinate
y	[m]	Koordinate normal zur Strömungsrichtung
z	[-]	Anzahl der Rohre
Λ	[-]	reduzierte Regeneratorlänge
Π	[-]	reduzierte Periodendauer
T	[h]	Periodendauer
ϕ	[-]	dimensionslose Welligkeitszahl
ϕ^*	[-]	Hilfsfunktion
Ψ	[-]	formale Bezeichnung für Funktion
α	[kcal/m ² h grd]	Wärmeübergangskoeffizient
δ	[m]	Plattendicke
ϵ	[-]	relative Rauigkeit
ζ	[-]	Widerstandsziffer
η	[kg/m s]	dynamische Viskosität
η	[-]	Wirkungsgrad
ϑ	[°K]	Temperatur des Arbeitsmediums
$\Delta\vartheta_m$	[°]	logarithmische Temperaturdifferenz
λ	[kcal/m h grd]	Wärmeleitfähigkeitskoeffizient
ν	[m ² /s]	kinematische Viskosität
ρ	[kg/m ³]	Dichte
τ	[-]	Temperaturverhältnis
φ	[°KW]	Kurbelwinkel

φ [°KW] Phasenverschiebung
 ω [rad/s] Kreisfrequenz

Indizes

A auf den Austritt bezogen
B auf Regenerator-Speichermasse bezogen
E auf den Eintritt bezogen
H auf Erhitzer bezogen
K auf Kugel bezogen
KH auf Hubvolumen bezogen
Max auf Größtwert bezogen
Pl auf Platte bezogen
Reg auf Regenerator bezogen
S auf Schallgeschwindigkeit bzw. Speichermasse bezogen
Soll auf vorgeschriebenen Wert bezogen
T auf Totvolumen bezogen
W auf die Wand bezogen
Z auf Zylinder bezogen

ax auf axiale Richtung bezogen
b auf Bulk-Temperatur bezogen
e auf Expansionsraum bezogen
gl gleichwertig
h auf hydraulischen Durchmesser bezogen
i auf Rohrrinnendurchmesser bzw. innere Fläche bezogen
k auf Kompressionsraum bezogen

m	auf Mittelwert bezogen
n	Zählindex
norm	auf Richtung der Normalen bezogen
osz	auf oszillierende Strömung bezogen
th	thermisch
th _C	auf Carnot-Prozeß bezogen
o	auf Grundschiwingung bezogen
1	auf den Eintritt des Regenerators bezogen
2	auf den Austritt des Regenerators bezogen
'	auf die Kaltperiode bzw. auf Arbeitsspiel bezogen
-	stationärer Mittelwert

Kennzahlen

Ma	= $\frac{w}{w_S}$	Machzahl
Nu	= $\frac{\alpha d_h}{\lambda}$	Nußelt-Zahl
Pr	= $\frac{\nu}{a}$	Prandtl-Zahl
Re	= $\frac{\bar{w} d_h}{\nu}$	Reynolds-Zahl
S	= $\frac{\omega d_h}{\bar{w}}$	Strouhal-Zahl
St	= $\frac{Nu}{Re Pr}$	Stanton-Zahl

7. Literatur

- 1 H. Rinia u. F.K. du Pré : Heißluftmotoren
Philips' Technische Rund-
schau 8 (1946), Nr. 5,
S. 129-136
- 2 H. de Brey, H. Rinia
u. F.L. von Weenen : Die Grundlagen für die Ent-
wicklung des Philips-Heiß-
luftmotors
Philips' Technische Rundschau
9 (1947), Nr.4, S. 97-124
- 3 F.L. van Weenen : Die Konstruktion des Philips-
Heißluftmotors.
Philips' Technische Rundschau
9 (1947), Nr. 4, S.125-135
- 4 R.J. Meijer : Der Philips-Stirlingmotor
MTZ 29 (1968), Nr.7, S.284-
298
- 5 F. Wankel : Einteilung der Rotationskol-
benmaschinen
Stuttgart, Deutsche Verlags-
Anstalt, 1963
- 6 E. Fezer : Studie über die Eignung des
Kreiskolbensystems für das
Heißgasverfahren
Untersuchungsbericht 64/67
Fried. Krupp, ZFE
- 7 UKAEA-ENEA : Industrial Applications for
Isotopic Power Generators
International Symposium
A.E.R.E. Harwell, 1966
- 8 F.A. COBSWICK : Thermal Design of Stirling-
Cycle Machines
SAE-Paper 949 C, 1965
- 9 T. Finkelstein : Analysis of Practical Rever-
sible Thermodynamic Cycles
ASME-Publication 64-HT-37,
1964
- 10 T. Finkelstein : Generalized Thermodynamic
Analysis of Stirling Engines
SAE-Papier 118 B, 1960
- 11 G. Franke : Wärmeübergang und Geschwindig-
keitsverlauf bei pulsierender
Rohrströmung
Allgem. Wärmetechnik 10 (1961),
H. 2 , S.36-40; S.49-59

- 12 F.B. West u.A.R. Taylor : The Effect of Pulsations on Heat Transfer
Chem. Engng. Progr. 48 (1952), S. 39
- 13 W.M. Kays u.A.L. London : Compact Heat Exchangers
The National Press, Palo Alto, 1955
- 14 Gröber/Erk/Grigull : Grundgesetze der Wärmeübertragung
Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer-Verlag, 1962
- 15 A. Anzelius : Über Erwärmung vermittelt durchströmender Medien
Z. angew. Math. Mech. 6 (1926), S. 291
- 16 W. Nußelt : Der Beharrungszustand im Winderhitzer
Z. VDI., Bd. 72 (1928), S. 1052
- 17 W. Schmeidler : Mathematische Theorie der Wärmespeicherung
Z. angew. Math. Mech. 8 (1928), S. 385
- 18 G. Ackermann : Die Theorie der Wärmeaustauscher mit Wärmespeicherung
Z. angew. Math. Mech. 11 (1931), S. 192
- 19 A.N. Lowan : On the Problem of Heat Recuperator
Phil. Mag. (7), 17 (1934) S. 914-933
- 20 H. Hausen : Vervollständigte Berechnung d. Wärmeaustausches in Regeneratoren
VDI-Beiheft Verfahrenstechnik 1942, Nr. 2, S. 31-43
- 21 H. Hausen : Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom
Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer-Verlag, 1950
- 22 B. Stuke : Berechnung des Wärmeaustausches in Regeneratoren mit zylindrischem oder kugelförmigen Füllmaterial
Angew. Chemie B 20 (1948), S. 262-268

- 23 O.A. Saunders u.
S. Smoleniec : Heat Regenerators Proceedings
Int. Congr. Appl. Mech. 3
(1949), S. 91-105
- 24 W.F. Schalkwijk : A. Simplified Regenerator
Theory
J. Engng. Power, Trans ASME
Series A, Vol. 81 (1959),
S. 142

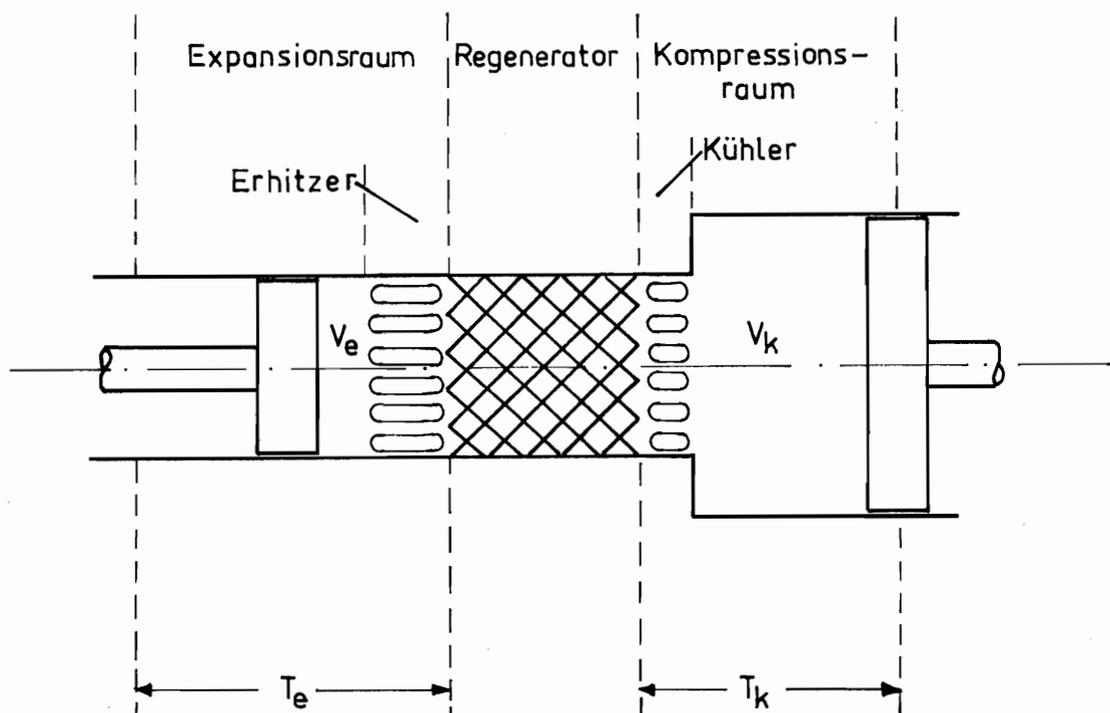


Bild 1: Grundsätzliche Anordnung von Expansionsraum, Wärmeaus-tauscher-Einheit und Kompressionsraum

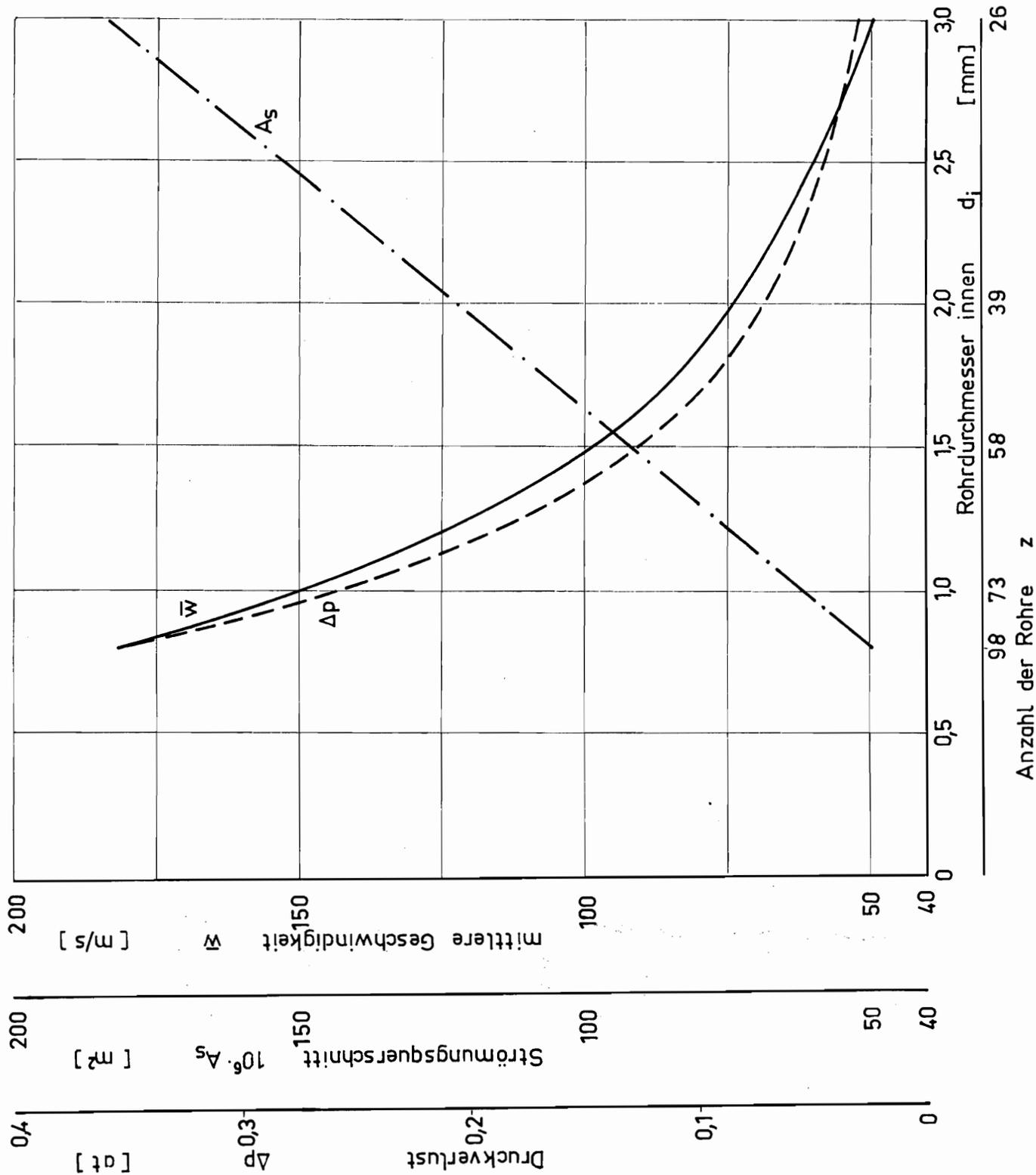


Bild 2: Strömungstechnische Daten für den Erhitzer bei $Re = 2320$

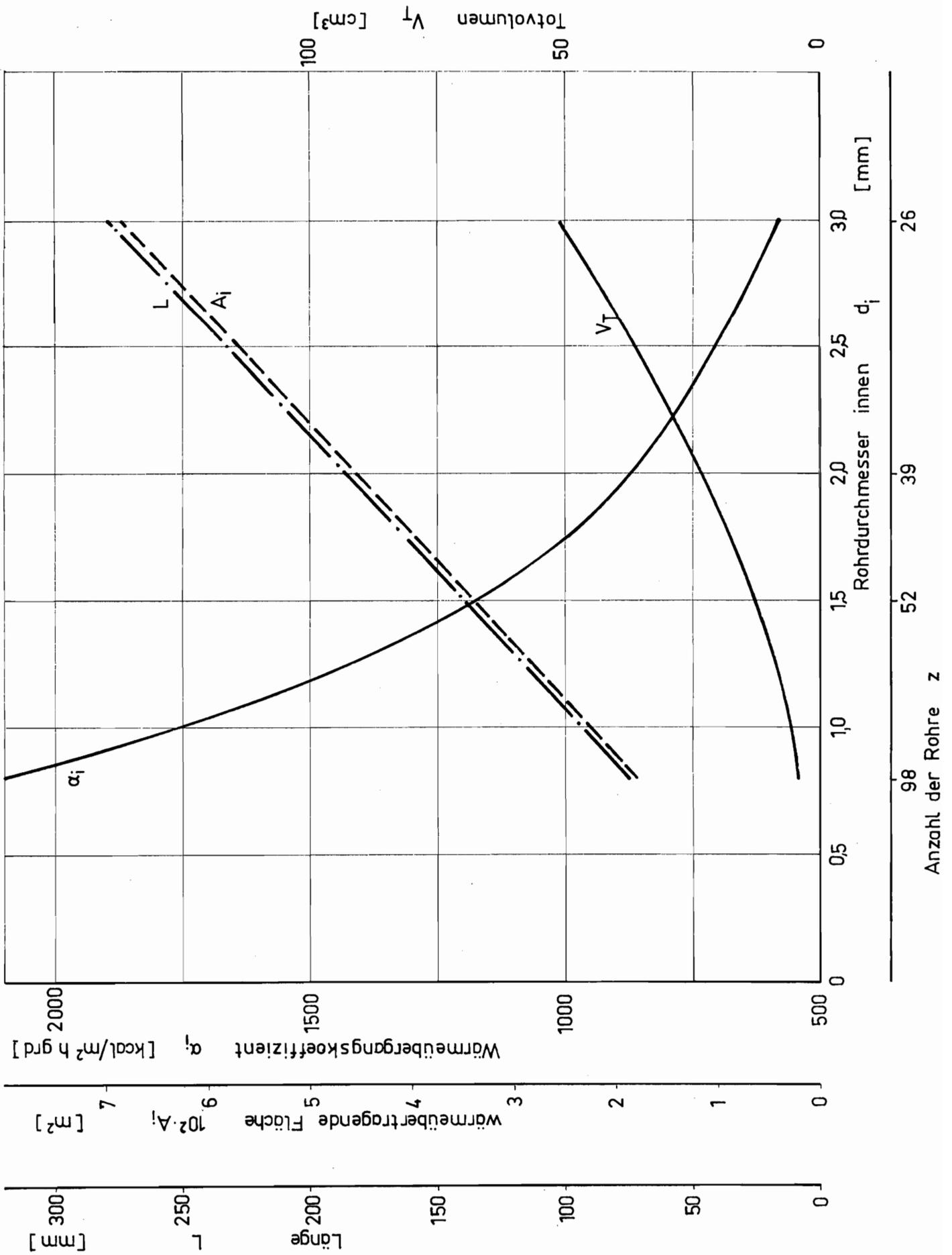


Bild 3: Wärmetechnische Daten für den Erhitzer bei $Re = 2320$ und $\Delta T_{AH} = 1180^\circ\text{K}$

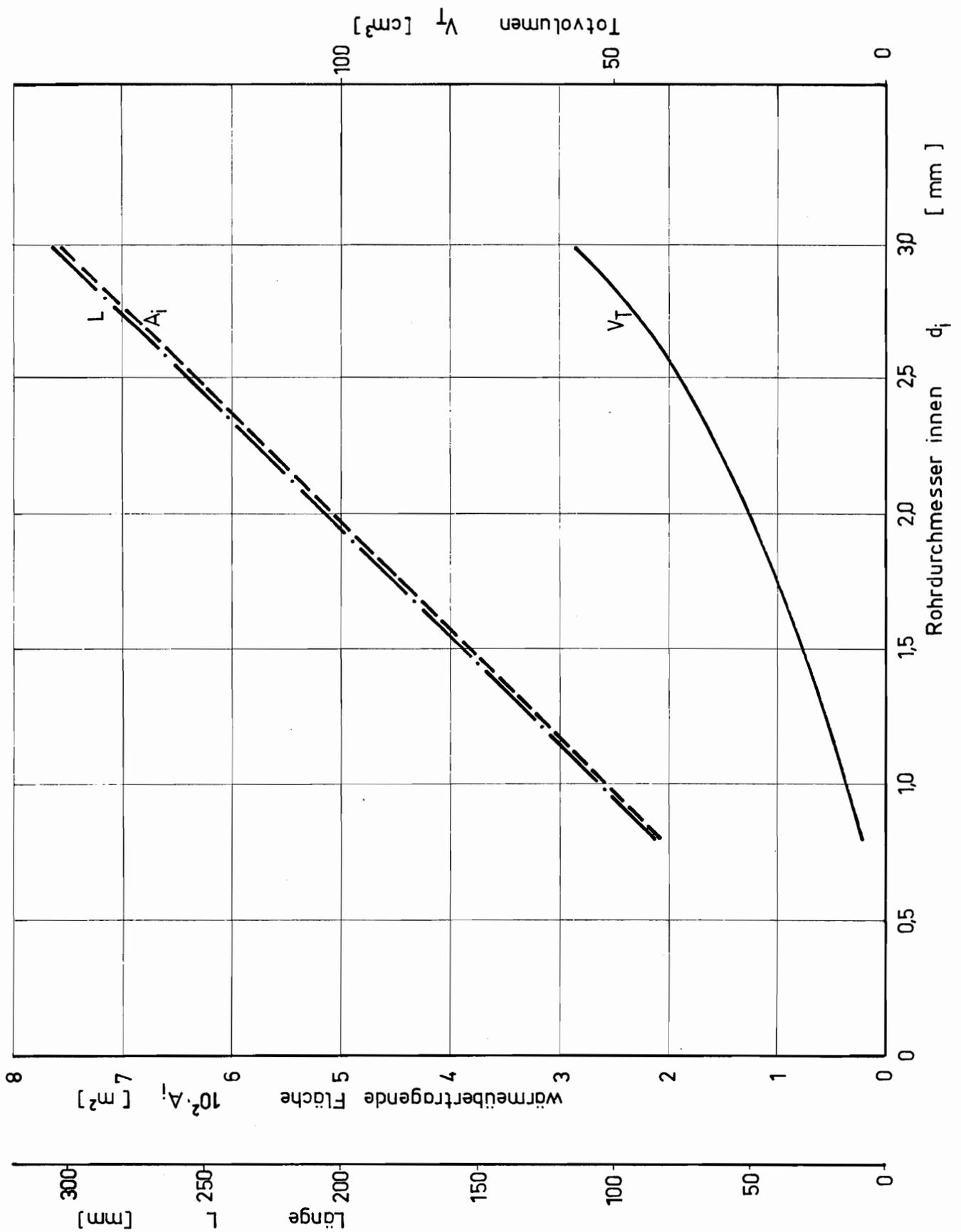


Bild 4: Wärmetechnische Daten für den Erhitzer bei $Re = 2320$ und $\Delta T_{AH} = 1190^\circ K$

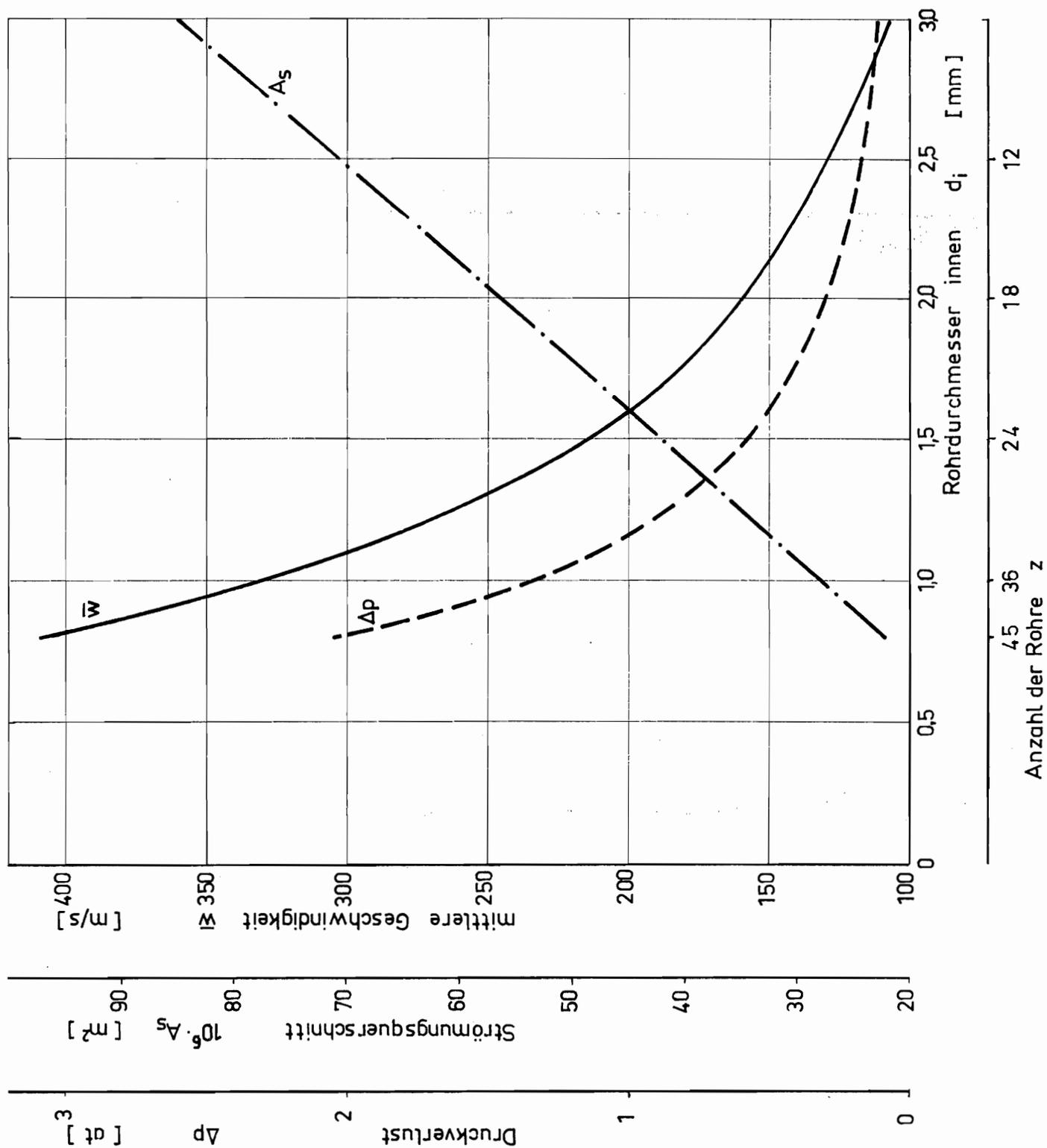


Bild 5: Strömungstechnische Daten für den Erhitzer bei Re = 5000

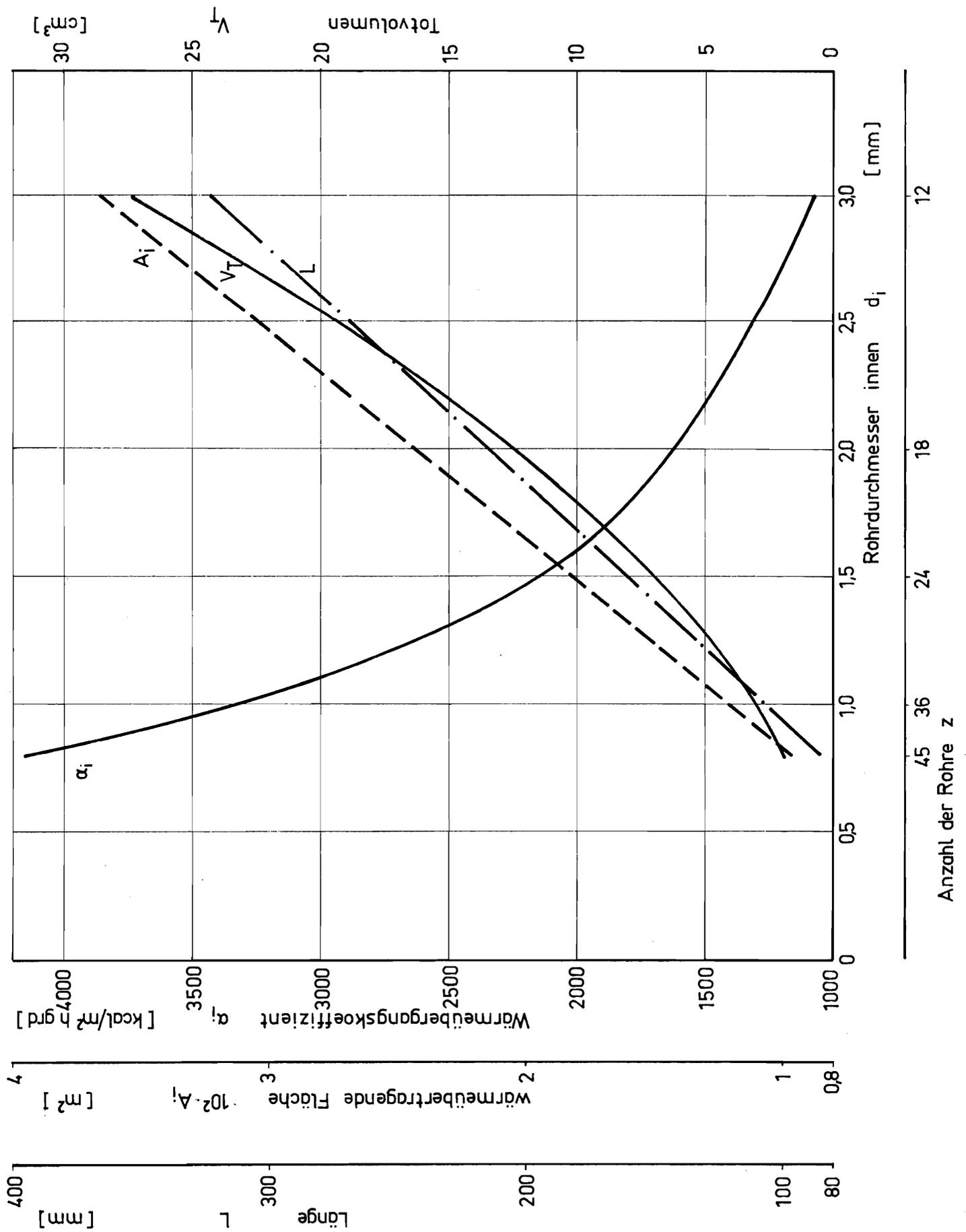


Bild 6: Wärmetechnische Daten für den Erhitzer bei $Re = 5000$, $\vartheta_{AH} = 1180^\circ\text{K}$ und $(\vartheta_w - \vartheta_m) = 109 \text{ grad}$

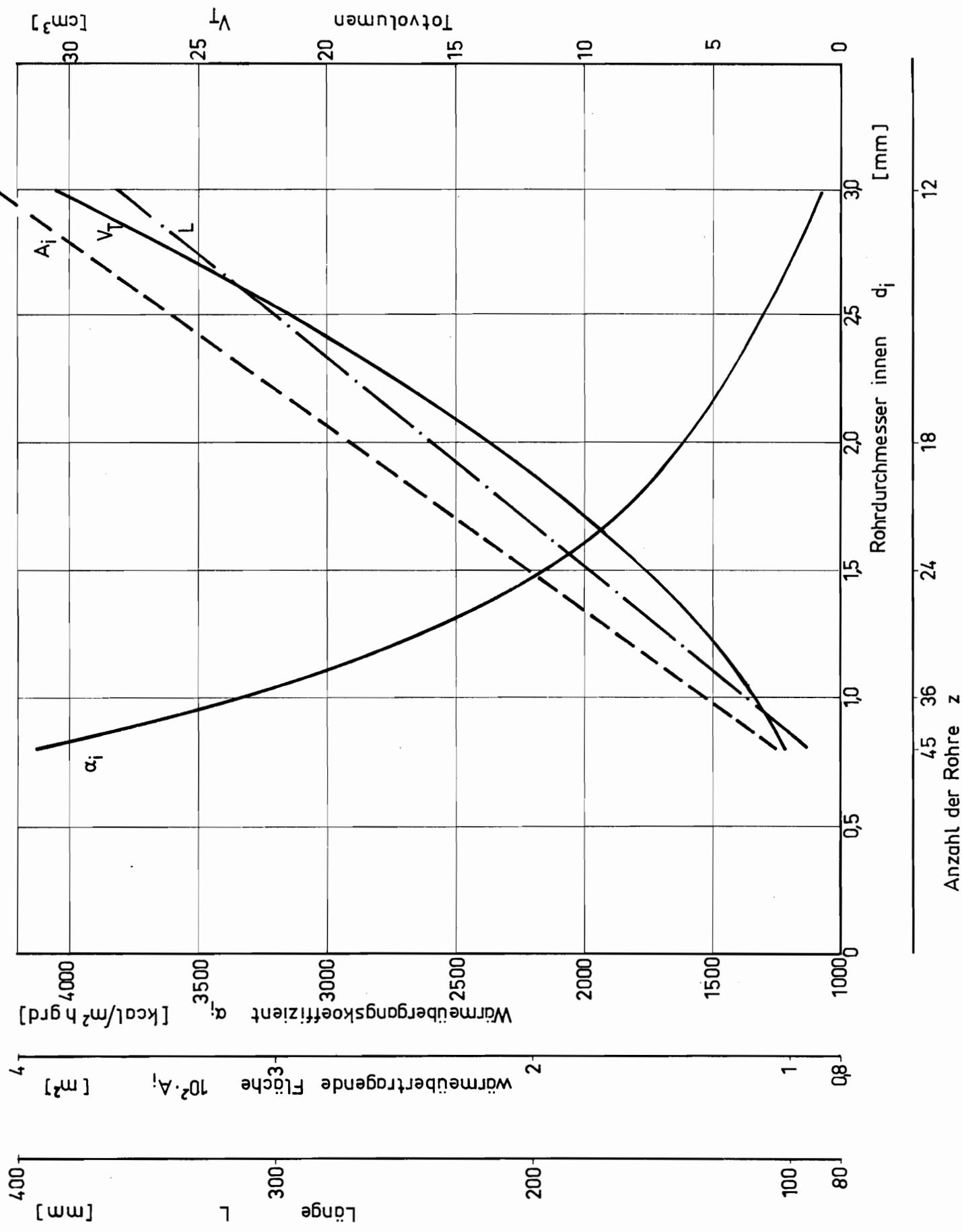


Bild 7: Wärmetechnische Daten für den Erhitzer bei $Re = 5000$, $\vartheta_{AH} = 1190^\circ\text{K}$ und $(\vartheta_W - \vartheta_m) = 98^\circ\text{grad}$

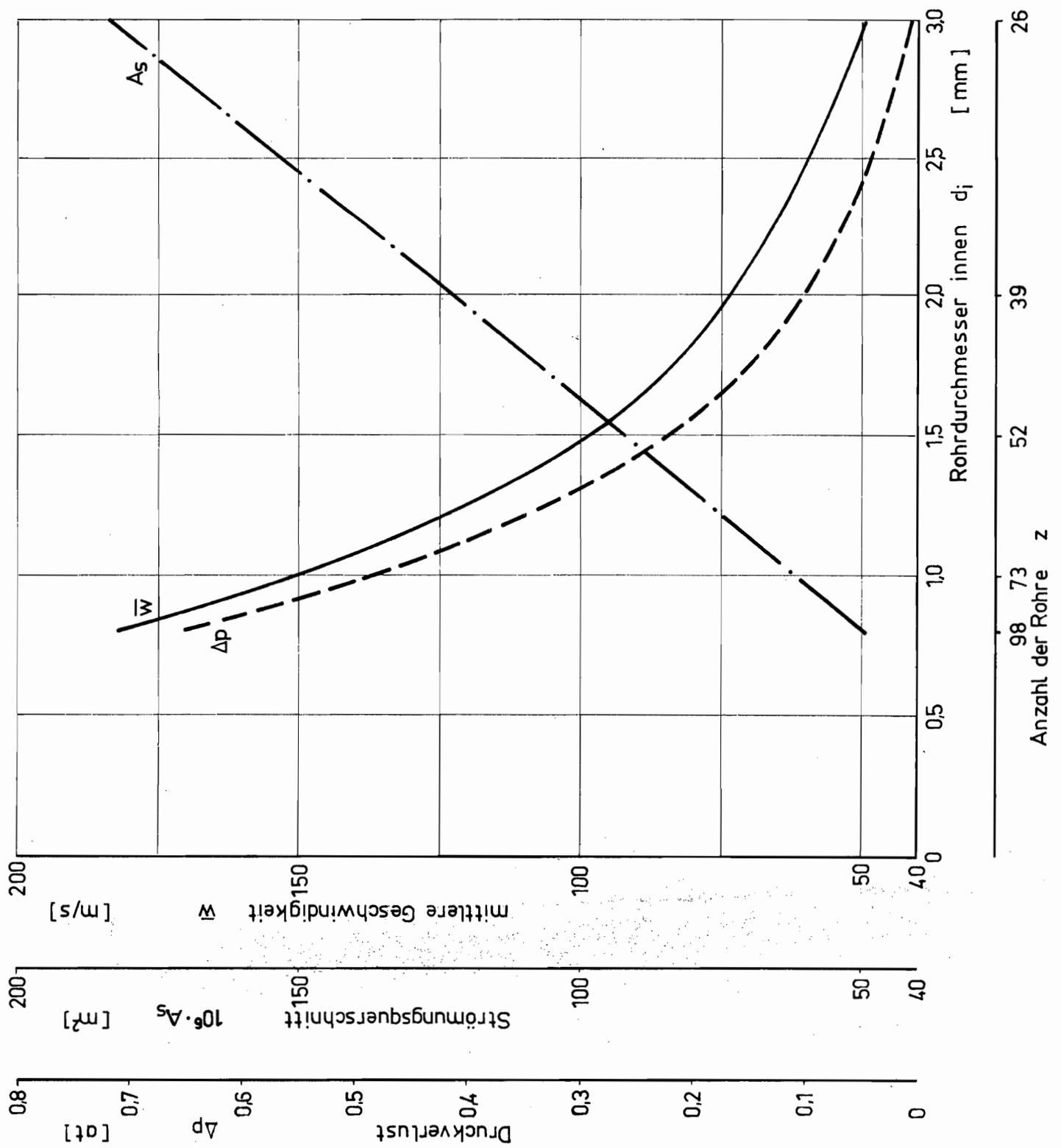


Bild 8: Strömungstechnische Daten für den Regenerator bei $Re = 2320$

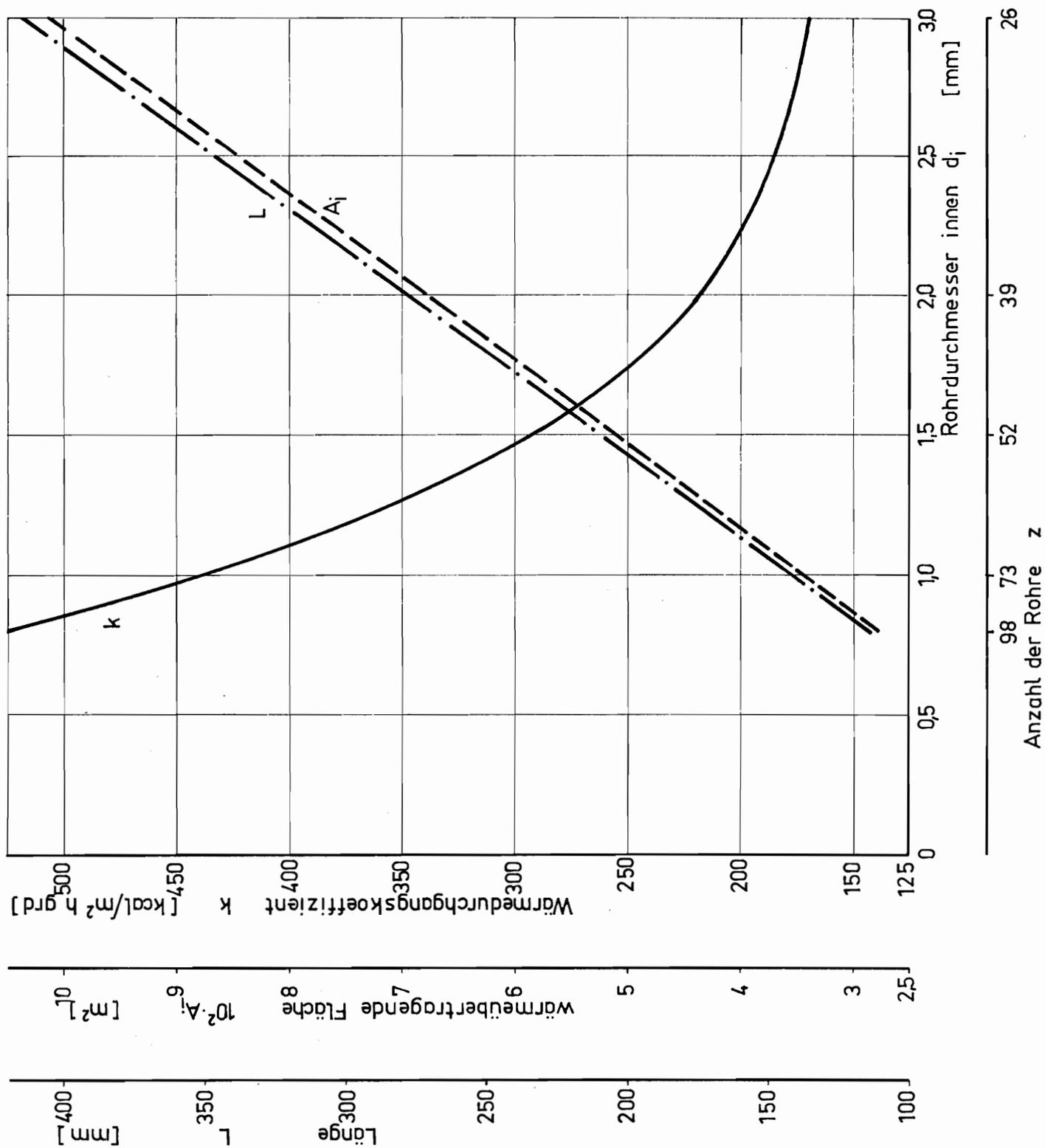


Bild 9: Wärmetechnische Daten für den Regenerator bei $Re = 2320$, $\vartheta_1 = 1180^\circ K$ und $\vartheta_2 = 370^\circ K$

Tatsächliche Strömungs- und Wärmeübergangsverhältnisse im Erhitzer	Approximationsrechnung
<p>Strömungszustand des Arbeitsmediums</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. pulsierende Strömung mit Richtungsumkehr $\dot{M} = \dot{M}(\varphi)$ $j = j(\dot{M})$ 2. Nichtisotherme Strömung $\zeta = \zeta(\dot{M}, \vartheta)$ 	<p>Strömungszustand des Arbeitsmediums</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wahl eines mittleren effektiven Wertes von $\bar{M} \neq \bar{M}(\varphi)$ d.h. Pulsation und Richtungsumkehr der Strömung werden vernachlässigt 2. Wahl eines mittleren effektiven Druckes $p \neq p(\varphi)$ 3. Wahl einer mittleren effektiven Temperatur $\vartheta \neq \vartheta(\varphi)$ die gleichzeitig Bezugstemperatur ϑ_B für die Stoffwerte des Arbeitsmediums ist 4. Vernachlässigung des Zusatzwärmestromes aufgrund der Druckänderungen $\frac{dp}{p}$ d.h. es werden nur Enthalpieänderungen erfaßt 5. Gültigkeit des Widerstandsgesetzes für isotherme Strömung
<p>Stoffwerte des Arbeitsmediums</p> $\eta = \eta(\vartheta, p)$ $g = g(\vartheta, p)$ $c = c(\vartheta, p)$ $\lambda = \lambda(\vartheta, p)$	

Tabelle 1: Strömungs- und Wärmeübergangsverhältnisse im Erhitzer

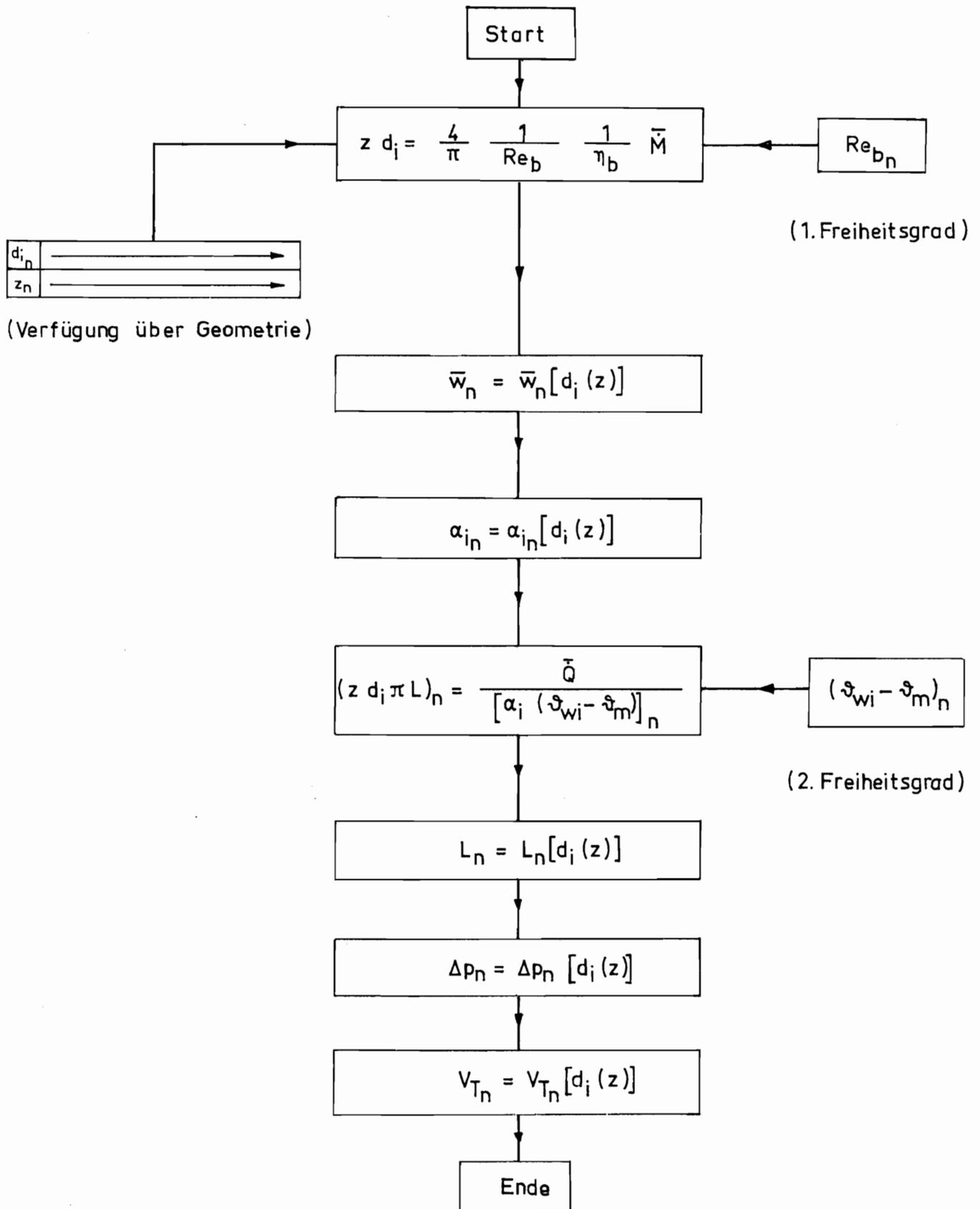


Tabelle 2: Rechenschema für Approximationsrechnung: Erhitzer

Voraussetzung der Regeneratortheorie nach Hausen		Abweichungen zum realen Regenerator	
Stoffwerte der Speicher- masse	Geometrie der Speicher- masse	Stoffwerte der Speicher- masse	Geometrie der Speicher- masse
$\lambda_{B_{norm}} \neq \lambda_{B_{norm}}(t)$	$\delta_{Pl} = \text{const.}$	$\lambda_{B_{norm}} = \lambda_{B_{norm}}(t)$	$\left. \begin{array}{l} \delta_{Pl} \\ \delta_Z \\ \delta_K \\ \delta_{gl} \end{array} \right\} = f(\text{Konstruktion})$
$\lambda_{B_{ax}} = 0$	$\delta_Z = \text{const.}$	$\lambda_{B_{ax}} \neq 0$	
$\vartheta_B \neq \vartheta_B(t)$	$\delta_K = \text{const.}$	$\vartheta_B = \vartheta_B(t)$	
$c_B \neq c_B(t)$	$\delta_{gl} = \text{const.}$	$c_B = \vartheta_B(t)$	
Strömungs- zustand des Gases	Wärme- kapazität des Gases	Strömungs- zustand des Gases	Eintritts- temperatur des Gases
$w = w(y)$	$WT = W'T'$	Abhängigkeit von w nach Gl. (1.06)	Eintritts- temperatur des Gases
$w \neq w(x)$			
$\bar{w} = \text{const.}$			
$\eta \neq \eta(\vartheta, p)$			$WT \neq W'T'$
$\vartheta \neq \vartheta(\vartheta, p)$			$\eta = \eta(\vartheta, p)$
$c \neq c(\vartheta, p)$			$\vartheta = \vartheta(\vartheta, p)$
$\lambda \neq \lambda(\vartheta, p)$			$c = c(\vartheta, p)$
			$\lambda = \lambda(\vartheta, p)$

Tabelle 3: Voraussetzungen und Abweichungen der Regeneratortheorie nach Hausen

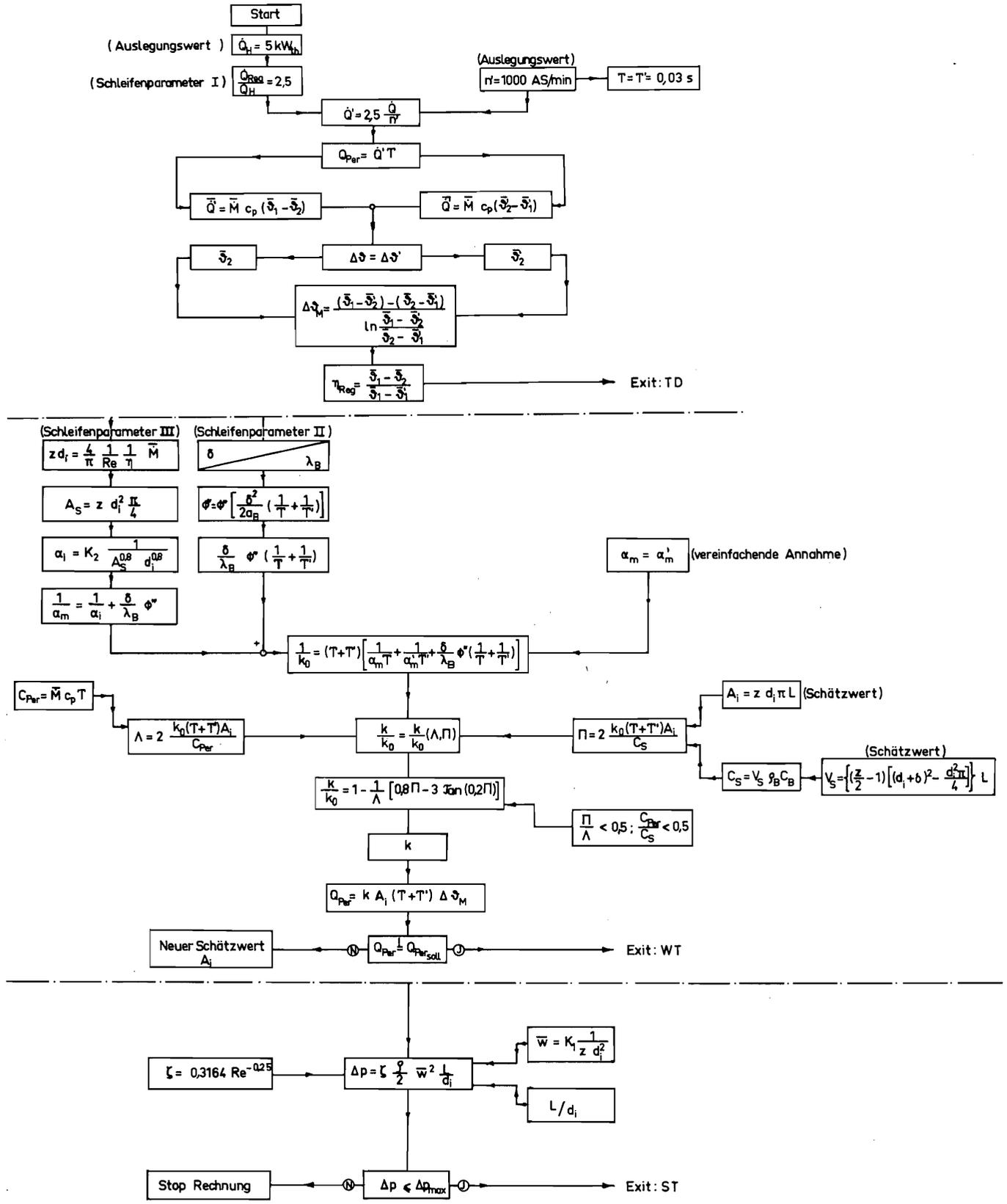


Tabelle 4: Rechenschema für Approximationsrechnung : Regenerator